

**Instituto Superior de Economia e Gestão  
Universidade Técnica de Lisboa**



**ECONOMETRIA FINANCEIRA**

Mestrados: Matemática Financeira e Economia Monetária e Financeira Exame  
Data: 05/06/2014 Duração: 2 horas

---

Nota: Consulta limitada a 2 folhas A4.

1. Suponha que foi ajustado um modelo ARMA(0,2) a uma série temporal gerada por um modelo ARMA(1,2). Indique um teste de diagnóstico adequado para detectar a má especificação do modelo e explique quais os passos a dar.

2. Considere o modelo ARMA(2,1):

$$Y_t = 0.8Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1} + 0.6\varepsilon_{t-2}$$

- a) Será um processo estacionário e invertível?  
b) Mostre que  $\rho_k = 0.8\rho_{k-1}$  para  $k > 2$ .  
c) Mostre que  $\rho_2 = 0.8\rho_1 + 0.6\sigma_\varepsilon^2/\gamma_0$ .
3. Considere que foi ajustado a uma série temporal o seguinte modelo sazonal de dados trimestrais:

$$(1 - B^4)Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_t$$

- a) Escreva-o sem o operador atraso.  
b) Calcule os primeiros quatro pesos  $\psi_j$  da representação média móvel infinita.  
c) Suponha que  $\theta_1 = 0.5$ ,  $\theta_2 = -0.25$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1$ ,  $Y_{97} = 25$ ,  $Y_{98} = 20$ ,  $Y_{99} = 25$ ,  $Y_{100} = 40$ ,  $\hat{\varepsilon}_{97} = \hat{\varepsilon}_{99} = 2$ ,  $\hat{\varepsilon}_{98} = 1$  e  $\hat{\varepsilon}_{100} = 3$ . Determine as previsões da série para os instantes 101, 102, 103 e 104.  
d) Construa intervalos de previsão a 95% para as previsões obtidas na alínea anterior.

4. Foi levado a cabo um estudo econométrico sobre a taxa de câmbio diária do USD/HKD, entre 4/1/1996 e 30/6/1999, o que conduziu aos seguintes resultados:

Dependent Variable: DLOG(USD_HKD)				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution				
Sample (adjusted): 1/04/1996 6/30/1999				
Included observations: 879 after adjustments				
Convergence achieved after 46 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + C(5)*GARCH(-1) + C(6)*GARCH(-2) + C(7)*GARCH(-3)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.355128	0.032837	-10.81492	0.0000
Variance Equation				
C	1.78E-08	6.82E-09	2.604732	0.0092
RESID(-1)^2	0.134682	0.062147	2.167142	0.0302
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.001837	0.063283	-0.029030	0.9768
GARCH(-1)	1.085830	0.284319	3.819060	0.0001
GARCH(-2)	-0.655055	0.359854	-1.820339	0.0687
GARCH(-3)	0.272463	0.186370	1.461950	0.1438
T-DIST. DOF	5.067958	0.718777	7.050808	0.0000
R-squared	0.107395	Mean dependent var		-3.88E-06
Adjusted R-squared	0.107395	S.D. dependent var		0.000370
S.E. of regression	0.000350	Akaike info criterion		-13.35487
Sum squared resid	0.000107	Schwarz criterion		-13.31137
Log likelihood	5877.463	Hannan-Quinn criter.		-13.33823
Durbin-Watson stat	2.083706			
Inverted AR Roots	-0.36			

Correlograma dos resíduos estandardizados

	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.037	-0.037	1.2208	
2	-0.161	-0.163	24.220	0.000
3	-0.050	-0.065	26.444	0.000
4	-0.021	-0.055	26.841	0.000
5	0.037	0.015	28.057	0.000
6	-0.022	-0.037	28.494	0.000
7	-0.042	-0.042	30.062	0.000
8	0.024	0.011	30.558	0.000
9	0.030	0.017	31.352	0.000
10	-0.050	-0.051	33.605	0.000
11	-0.034	-0.033	34.645	0.000
12	0.052	0.038	37.015	0.000
13	-0.025	-0.040	37.593	0.000
14	-0.021	-0.021	38.006	0.000
15	0.020	0.015	38.368	0.000
16	-0.022	-0.028	38.799	0.001
17	-0.021	-0.033	39.201	0.001
18	-0.059	-0.070	42.281	0.001
19	0.020	0.008	42.637	0.001
20	0.061	0.030	45.939	0.001

Correlograma dos resíduos estandardizados ao quadrado

	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.007	-0.007	0.0443	0.833
2	0.006	0.006	0.0757	0.963
3	0.048	0.048	2.1076	0.550
4	-0.017	-0.016	2.3497	0.672
5	-0.008	-0.008	2.4002	0.791
6	0.018	0.016	2.7034	0.845
7	-0.016	-0.014	2.9291	0.891
8	0.003	0.004	2.9400	0.938
9	-0.016	-0.018	3.1795	0.957
10	0.004	0.006	3.1960	0.976
11	-0.027	-0.028	3.8559	0.974
12	0.016	0.017	4.0791	0.982
13	-0.002	-0.002	4.0815	0.990
14	-0.001	0.001	4.0825	0.995
15	0.005	0.004	4.1084	0.997
16	0.020	0.020	4.4699	0.998
17	0.005	0.007	4.4949	0.999
18	0.001	-0.001	4.4956	0.999
19	-0.025	-0.026	5.0808	0.999
20	0.037	0.036	6.3477	0.998

- Escreva as equações da média e da variância condicional.
- Interprete estatisticamente e economicamente as estimativas obtidas.
- Analise a qualidade do ajustamento do modelo estimado.

5. Considere o seguinte modelo de volatilidade:

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t, \text{ com } \varepsilon_t \text{ IID } N(0,1)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta + \sum_{i=1}^q \alpha_i |u_{t-i}|^\delta,$$

$$\text{com } 0 < \delta < 1, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0.$$

- Mostre que se  $E|u_t|^{2\delta} < \infty$ , então  $|u_t|^\delta$  segue um processo  $ARMA\{\max(p,q), p\}$ .
- Discuta o interesse deste tipo de modelos para a econometria financeira.

Questão	1	2a	2b	2c	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	5a	5b
Pontuação (0-20)	1.5	1.5	1.5	1.5	1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2